perfide dei due primi sistemi è una linea di curvatura dell'una e dell'altra superficie; ed è evidente che la stessa dimostrazione si applica anche alle restanti intersezioni.

Otteniamo in questo modo una nuova dimostrazione del celebre teorema di DUPIN sui sistemi tripli di superficie ortogonali.

Al teorema di TERQUEM, precedentemente dimostrato, ne corrisponde un altro che può riguardarsi come il suo reciproco, e che non è stato, io credo, osservato finora. Esso può enunciarsi così : *se i piani tangenti comuni a due superficie, toccano tanto Vuna quanto l'altra nei punti di due loro linee di curvatura, la distanza dei punti corrispondenti di queste linee e costante.* (Chiamo punti corrispondenti quelli che si trovano nello stesso piano tangente comune).

Infatti, la retta che congiunge due punti corrispondenti è, per la nota teoria delle tangenti conjugate, normale alle due linee di curvatura ; d'altronde essa è una genera-trice della superficie sviluppatele inviluppata dai piani tangenti comuni alle due superficie : dunque le due linee di curvatura sono trajettorie ortogonali delle generataci di questa superficie, eppero la porzione di generatrice intercetta fra esse è costante.

Questa dimostrazione rende manifesta la verità del teorema reciproco : *se i piani tangenti comuni a due superficie toccano Vuna di queste secondo una linea di curvatura, e se inoltre e costante la distanza dei punti corrispondenti delle due linee di contatto, anche la seconda di queste linee e linea di curvatura della superficie su cui e tracciata.*

Come casi particolari noteremo i seguenti due teoremi :

Se i piani tangenti ad una superficie lungo una sua linea di curvatura sono tangenti in pari tempo ad una sfera, la linea di curvatura è, sferica. [Se si suppone che la sfera si riduca ad un punto, si ottiene un teorema di cui fece già uso JOACHIMSTHAL nello studio di certe superficie *). Il qual ultimo teorema presenta una tal qual reciprocità con un altro notissimo dello stesso JOACHIMSTHAL **), come il teorema più generale la presenta con uno del sig. J. A. SERRET ***)].

Reciprocamente: *se i piani tangenti comuni età una sfera e ad una superficie data toccano questa superficie in punti equidistanti dai corrispondenti punti di contatto colla sfera, il luogo dei detti punti e una linea di curvatura della superficie ed I altresì una linea sferica.*

*) Journal fùr die reine und angewandte Mathematik, Bd. LIV (1857), PP-183-184. Le proprietà di queste superficie erano già state dimostrate analiticamente da JOACHIMSTHAL nel *Mémoire sur les sttrfaces courles* (Berlino, 1848).

**) Journal fùr die reine und angewandte Mathematik, Bd. XXX (1846), pag. 348: il teorema in discorso è attribuito a LANCRET dal sig. O. BONNET.

***) Journal de JVlathématiques pures et appliquées, t. XVIII (1853), pag. r.